PRÁCTICAS METACOGNITIVAS QUE EL PROFESOR DE NIVEL BÁSICO PROMUEVE EN SUS CLASES ORDINARIAS DE MATEMÁTICAS. UN MARCO INTERPRETATIVO

Rigo Lemini, Mirela[1], Páez, David Alfonso[1] y Gómez, Bernardo[2]
[1] Departamento de Matemática Educativa, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del I. P. N., México
[2] Departament de Didàctica de la Matemàtica, Universitat de València, España
mrigo@cinvestav.mx
pada_72@hotmail.com
bernardo.gomez@uv.es

Resumen. El escrito tiene como objetivo explorar las prácticas metacognitivas que el profesor de nivel básico fomenta en sus clases de matemáticas, en condiciones no intervenidas. Para conseguirlo, en el documento se define un marco interpretativo que sirve de base para examinar los procesos cognitivos y metacognitivos que se dan en el aula de matemáticas, el cual se aplica en el estudio exploratorio de caso de las prácticas metacognitivas que dos profesoras de nivel básico impulsan en sus clases de matemáticas ordinarias. Para la toma de datos se eligió la observación no participante y se centró la atención en los contenidos relacionados con el razonamiento proporcional. La experiencia dejó ver, en una primera instancia, la flexibilidad y los alcances del marco, así como su posible consistencia.

Palabras clave. Marco interpretativo, metacognición, prácticas ordinarias del profesor, razonamiento proporcional, educación elemental.

Exploratory study on the metacognitive practices that elementary school teachers promote in their ordinary Mathematics classes. An interpretative frame

Summary. The purpose of this paper is to explore the metacognitive practices that elementary school teachers foster in their Mathematics classes under conditions of non interference. In order to accomplish this, the paper defines an Interpretative Frame that serves as the basis for examining the cognitive and metacognitive processes that arise in the mathematics classroom. The Frame is applied in the exploratory case study of metacognitive practices promoted by two elementary school teachers in their regular Mathematics classes. Non-participating observation was chosen for data collection and our focus centered on proportional reasoning-related contents. The experience shows, inter alia, the flexibility, scope and consistency of the frame.

Keywords. Frame, metacognition, ordinary teacher practices, proportional reasoning, elementary education.

TEMA, PREGUNTAS Y OBJETIVO DE LA INVESTIGACIÓN

El National Council of Teachers of Mathematics, la voz pública de la educación matemática en Estados Unidos, recomienda que «los estudiantes de matemáticas de todos los niveles expliquen su razonamiento, validen sus afirmaciones y discutan y cuestionen su propio pensamiento y el pensamiento de otros» (Cit. en Lampert, 1990, p. 33).

En España, las instituciones educativas plantean a los profesores encargos semejantes; sobresale, dentro de las competencias que se promueven en el plan y programa de estudio de la Escuela Secundaria Obligatoria, la de aprender a aprender. Esto significa entre otras cosas «… Ser consciente de lo que se sabe y de lo que es necesario aprender, de cómo se aprende y de cómo se controlan de forma eficaz los procesos de aprendizaje…» (Real Decreto, 2007, p. 689).

En México, por otra parte, el Plan y Programas de Estudio (1993) para la materia de matemáticas de la escuela primaria, emitido por la Secretaría de Educación Pública, propone que «…los alumnos comparen los resultados [de los problemas que han resuelto] y sus formas de solución para hacerlos evolucionar hacia los procedimientos propios de las matemáticas» (p. 51).

En los países mencionados, y muy posiblemente en muchos otros, las autoridades educativas sugieren a los profesores de matemáticas que sus estudiantes cuestionen, evalúen y regulen los procesos cognitivos que ellos activan cuando realizan alguna tarea matemática; en otros términos, recomiendan a los docentes que promuevan entre sus alumnos actividades metacognitivas, si por esto se entienden las actividades reflexivas de «autoobservación y … conocimiento y control del propio sistema cognitivo» (Brown, 1987, p. 66).

De estas encomiendas se derivan responsabilidades diversas para la investigación en educación matemática, entre otras, la de examinar aspectos diversos relacionados con las prácticas metacognitivas que se dan en la clase de matemáticas, como por ejemplo, identificar las condiciones didácticas y/o pedagógicas que favorecen dichas prácticas o analizar el rol que juega el profesor, el libro de texto o los contenidos matemáticos en estos procesos. El trabajo que aquí se expone versa sobre este tema general de investigación.

La mayoría de los trabajos sobre metacognición realizados en el campo de la matemática educativa giran en torno al diseño y aplicación de métodos de instrucción para generar habilidades de automonitoreo y autorregulación.

Algunos investigadores, por ejemplo, preparan a sus alumnos para que, mientras resuelven una tarea matemática, reflexionen en paralelo sobre el trabajo realizado y sobre sus actividades cognitivas: Schoenfeld (1987, 1992) les pide que describan a voz alzada lo que están haciendo, el porqué lo hacen y cómo eso les ayuda; Mevarech y Fridkin (2006) les formulan preguntas acerca de su comprensión de la tarea, las estrategias empleadas para resolverla y otras sobre su funcionamiento cognitivo.

Puig (1996, 2002) muestra –con base en un modelo de competencia asociado al estilo heurístico de resolución de problemas matemáticos–, que aunque las preguntas tipo Schoenfeld están relacionadas con tareas de gestión del proceso, éstas son muy generales y su reiteración puede eventualmente conducir a respuestas rutinarias o estereotipadas (1996, p. 43). Sus resultados dejan ver, entre otras cosas, que no basta con que el alumno resolutor sepa que debe gestionar el proceso para que pueda llevar a cabo actividades efectivas de autocontrol; el investigador argumenta que un resolutor competente cuenta con una intención clara del uso de cada herramienta heurística, tiene presentes las relaciones existentes entre el problema original y el transformado y, en suma, conoce las actividades de gestión que, específicamente, debe realizar (Ibídem). En consonancia sugiere, para la formación de resolutores expertos, que en la instrucción se expliciten sus tareas concretas, con el fin de favorecer la elaboración de un catálogo de tareas (Ibíd., p. 79).

Como se puede apreciar de lo antes dicho, a la fecha se ha conseguido avanzar en el estudio de métodos de instrucción que tienen como objetivo propiciar el aprendizaje de habilidades de automonitoreo y autocontrol, y se está en la etapa de construir sobre lo ya construido. No obstante, en estos trabajos se suele poner el énfasis en los alumnos. De hecho, existen pocos estudios enfocados al análisis del papel que juega el docente en dichos procesos de instrucción y, menos aún, los que examinan el rol del profesor en el impulso de las prácticas metacognitivas que se dan en las clases de matemáticas en las que no ha habido intervención, siendo escasas las herramientas teóricas y metodológicas que sirven de guía para valorar la efectividad de dichas prácticas.

Tomando en consideración este estado de cosas, en la primera parte del artículo se define un marco interpretativo que sirve de base para identificar y caracterizar los procesos cognitivos y metacognitivos que se dan en el aula de matemáticas, en particular, los que promueve el profesor entre sus alumnos. Para mostrar su viabilidad y sus posibles alcances, en la segunda parte del escrito el marco se aplica en el estudio de las prácticas metacognitivas que dos profesoras de nivel básico fomentan en sus clases de matemáticas «ordinarias».

La construcción del marco interpretativo y su empleo en el análisis de clase –objetivo de este artículo– responde a la necesidad prevaleciente en el campo de la educación matemática de elaborar y someter a la consideración de los expertos *constructos* teóricos, ligados a estudios empíricos, que permitan describir, sistematizar o incluso explicar los objetos de estudio (cfr. Sriraman y English, 2010). Además, estas elaboraciones teórico-empíricas pueden ser una herramienta útil en la investigación sobre los procesos de formación o profesionalización de profesores y permitir, a la postre, sugerir mejoras a la enseñanza de los contenidos matemáticos basadas en la promoción y empleo eficiente de los procesos metacognitivos durante el aprendizaje.

ANTECEDENTES TEÓRICOS

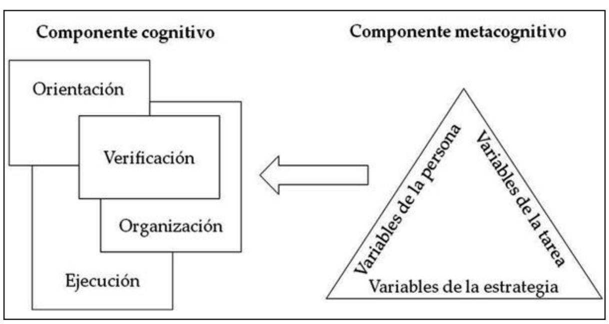
En el trabajo pionero de Flavell se considera que la metacognición

> se refiere al conocimiento que un sujeto posee sobre sus propios procesos y productos cognitivos. … La metacognición hace referencia, entre otras cosas, al monitoreo activo y la consecuente regulación de estos procesos en relación con los datos cognitivos sobre los cuales actúan, normalmente al servicio de algún objetivo concreto (1976, p. 232).

Sus estudios han desencadenado una secuela de investigaciones teóricas y empíricas sobre el tema de la metacognición en distintos ámbitos del aprendizaje. En el de la didáctica de las matemáticas, se han emprendido trabajos de corte teórico y empírico sobre el tema, de los que se han desprendido algunas consideraciones relacionadas con la enseñanza y el aprendizaje de esta disciplina: que la metacognición tiene una incidencia en el buen desempeño matemático (Kramarski, Mevarech y Arami, 2002; Mevarech y Fridkin, ob. cit.; Panaoura y Panaoura, 2006; Schoenfeld, 1985, 1992), aunque las herramientas metacognitivas de los estudiantes suelen ser muy pobres (Flavell, 1999; Schoenfeld, 1985) y que las prácticas de contenido metacognitivo se pueden enseñar, pero su aprendizaje se consigue a largo plazo, en el marco de una cultura de clase que las propicie (Desoete, 2007; Panaoura y Panaoura, ob. cit.) y, preferentemente, bajo la dirección de un maestro (Schoenfeld, 1992).

Para el análisis de los resultados obtenidos en sus intervenciones y experimentaciones, algunos expertos han introducido categorías y modelos que les permiten interpretarlos. Un ejemplo es el Modelo Cognitivo-Metacognitivo de Resolución de Problemas Matemáticos elaborado por Lester (1985, p. 62), el cual está integrado por dos componentes que, según este autor, constantemente interactúan: un componente cognitivo (inspirado en el modelo de Polya) y un componente metacognitivo (que evoca el modelo de Flavell; ver figura 1).

Figura 1
Modelo de Lester.



El componente cognitivo está dividido en cuatro categorías: orientar (comportamiento estratégico para comprender el problema); organizar (planear el comportamiento y elegir las acciones); ejecutar (regular el comportamiento conforme al plan previamente establecido) y verificar (evaluar las decisiones tomadas y los resultados del plan).

El componente metacognitivo, por otra parte, incluye tres variables: la persona (conocimiento acerca de la naturaleza de las personas como seres cognoscentes); variables asociadas con la tarea (conocimiento acerca de la naturaleza de las diferentes tareas cognitivas) y la estrategia (conocimiento acerca de las posibles estrategias cognitivas que pueden ser aplicadas en la solución de las diferentes tareas cognitivas).

Los marcos de análisis que se encuentran en los trabajos de los expertos, como el recién descrito, permiten evaluar las actividades de autoconocimiento y autocontrol que llevan a cabo los alumnos; sin embargo, no están específicamente diseñados para examinar aspectos relativos a las prácticas metacognitivas que se producen durante una clase ordinaria de matemáticas, especialmente las que promueve el profesor. Como ya se ha explicado, este artículo tiene como objeto, justamente, definir un instrumento de interpretación que ayude a descubrir y caracterizar dichas prácticas.

MARCO INTERPRETATIVO PARA EL ANÁLISIS DE LAS ACTIVIDADES METACOGNITIVAS DEL AULA DE MATEMÁTICAS

El marco interpretativo que aquí se propone está integrado por definiciones sobre el objeto de estudio (en torno a la metacognición en el aula de clases de matemáticas y las variables metacognitivas de contenido matemático) que son originarias del campo de la psicología o la educación y se han adecuado al de la educación matemática. Contiene, además, un modelo interpretativo para el examen de las prácticas metacognitivas que se producen en clase de matemáticas.

Caracterización de la metacognición en el aula de matemáticas

Se considera en este escrito que un alumno lleva a cabo una actividad metacognitiva cuando, dada una actividad cognitiva asociada a una tarea matemática, él (en forma autónoma o con la ayuda de su maestro) es capaz de reflexionar y describir (cfr. Schoenfeld, 1987):

– cómo realizó la actividad cognitiva;

– por qué la llevó a cabo y

– los procesos que realizó para verificar o evaluar la tarea ejecutada.

El profesor impulsa actividades metacognitivas en el aula cuando promueve entre sus alumnos alguno de los metaprocesos antes descritos.

Variables metacognitivas de contenido matemático

Tomando ideas del modelo de Lester, así como de Flavell y Schoenfeld, y bajo la consideración de que los contenidos matemáticos imprimen un sello específico a las actividades cognitivas y metacognitivas (cfr. Mevarech y Fridkin, ob. cit.) que se producen en el aula, en la presente investigación se distinguen las siguientes variables metacognitivas de contenido matemático:

1. Variable metacognitiva asociada a la tarea matemática:

1.a. Variable metacognitiva específica. Hace referencia a las actividades metacognitivas específicas;

por ejemplo, cuando un alumno justifica una resolución particular o cuando realiza evaluaciones del progreso de una tarea determinada.

1.b. Variable metacognitiva genérica. Se refiere a las actividades que se derivan de las generalizaciones que el sujeto llega a hacer a partir de sus actividades metacognitivas específicas; por ejemplo, cuando reflexiona sobre las estrategias de solución más eficientes ante un cierto tipo de problemas (cfr. La variable estrategia del modelo de Lester; Garofalo y Lester, 1985).

2. Variable metacognitiva referida al individuo. Hace referencia a las cavilaciones que hace un sujeto sobre el funcionamiento de su propio pensamiento y sus capacidades cognitivas, durante el desarrollo de actividades ligadas a la variable metacognitiva asociada a la tarea matemática (cfr. La variable persona del modelo de Lester).

Cuando las actividades metacognitivas dan lugar a procesos de autorregulación o ajuste, dichos procesos se toman, en este trabajo, como metacognitivos (cfr. Brown, ob. cit.; Flavell, 1976; Schoenfeld, 1992). Esta aclaración se precisa, ya que no todo acto de autorregulación es de carácter metacognitivo.

Modelo de las actividades metacognitivas que surgen en clase de matemáticas

El modelo que aquí se introduce está basado parcialmente en el propuesto por Lester (arriba descrito), pero también toma elementos de Brown (ob. cit.), Desoete, (ob. cit.), Garofalo y Lester (ob. cit.), Maverech y Fridkin (ob. cit.) y Schoenfeld (1992). Se centra en la variable metacognitiva asociada a la tarea, especialmente en la variable metacognitiva de tipo específico, ya que las actividades ligadas a esta variable suelen ser las más comunes en las clases de matemáticas de nivel básico. En el modelo se analiza la metacognición tomando como referencia los procesos cognitivos (o las actividades concretas), dado que la metacognición es un proceso cognitivo referido a otro proceso cognitivo (cfr. Flavell, 1976; Lester, ob. cit.); esto ha dado lugar a que en el modelo se estratifiquen las actividades en cinco niveles, aunque en clase éstas eventualmente se pueden dar conforme a otro orden.

El modelo permite diseccionar la clase de matemáticas: identificar en ella los procesos cognitivos y los procesos metacognitivos, así como los actores que los promueven y que participan en ellos. Por sus características resulta útil, específicamente, para distinguir y tipificar las actividades metacognitivas que el profesor promueve (o inhibe) en sus clases de matemáticas ordinarias, así como para prever el impacto que éstas tienen en sus estudiantes.

MODELO PARA EL ANÁLISIS DE LOS PROCESOS
COGNITIVOS Y METACOGNITIVOS DE CONTENIDO MATEMÁTICO QUE SE DAN EN EL AULA

Primer nivel: ACTIVIDADES CONCRETAS (con contenido matemático que se llevan a cabo en el aula).

Segundo nivel: PROCESOS COGNITIVOS
En las clases de matemáticas resaltan los siguientes procesos cognitivos:
- *2.a*. Los que se realizan durante las actividades concretas que se llevan a cabo en el Primer Nivel: 2.a.i) Orientar; 2.a.ii) Organizar; 2.a.iii) Ejecutar (vid. Modelo de Lester);
- *2.b*. Los que se llevan a cabo durante la resolución de problemas: 2.b.i) Orientar; 2.b.ii) Organizar; 2.b.iii) Ejecutar.

Tercer nivel: PROCESOS METACOGNITIVOS ESPECÍFICOS
- *3.a*. Reflexión y descripción de los procesos cognitivos que se llevan a cabo durante la ejecución de actividades concretas (descritos en *2.a*)[1];
- *3.b*. Reflexión y descripción de los procesos cognitivos que se desarrollan durante la resolución de problemas (descritos en *2.b*):
  - *3.b.i*. Se responde a cuestiones procedimentales, es decir, al qué y al cómo se resolvió el problema. Se valora y reflexiona sobre lo hecho durante la:
    - a. Orientación
    - b. Organización/Planeación
    - c. Ejecución
    - d. Resolución en general
  - *3.b.ii*. Se responde al porqué, a través de explicaciones o justificaciones sobre[2]:
    - a. Los significados de nociones y conceptos
    - b. Los elementos del problema identificados
    - c. La elección de la estrategia
    - d. Las operaciones ejecutadas
    - e. El procedimiento realizado
    - f. Los resultados obtenidos
  - *3.b.iii*. Se emite un juicio de valor epistémico (verdadero, falso, correcto, inválido) sobre:
    - a. La aplicación de la estrategia
    - b. La ejecución de las operaciones
    - c. El resultado

Cuarto nivel: PROCESOS DE AUTORREGULACIÓN
Quinto nivel: PROCESOS METACOGNITIVOS GENÉRICOS

METODOLOGÍA PARA LA RECUPERACIÓN DE LOS DATOS EMPÍRICOS

Para explorar, en una primera instancia, si el Marco Interpretativo es una herramienta útil en el examen de las prácticas metacognitivas que el profesor promueve en su clase, éste se aplicó en el estudio de dos casos (vid. Stake, 1999), cuyas protagonistas son dos docentes que imparten clases de matemáticas en escuelas públicas de educación básica, una en España y la otra en México. La ubicación geográfica de las profesoras responde a que el trabajo de investigación que aquí se reporta es resultado de una colaboración interinstitucional en la que participan académicos de los dos países.

Atendiendo a lo antes dicho, se eligió la observación no participante de las clases de las profesoras (en el sentido de Woods, 1989), siguiendo las recomendaciones de algunos expertos (cfr. Desoete, ob. cit.; Mevarech y Fridkin, ob. cit.). Bajo esta modalidad, el equipo de investigación asistió regularmente a las clases de la maestra mexicana Eugenia (nombre figurado) durante un año escolar y a seis clases impartidas por la maestra española Hortensia (nombre figurado), las cuales fueron videograbadas y luego transcritas. Se trata de dos profesoras con experiencia en la docencia de más de 25 años: la maestra mexicana resalta por los buenos resultados que sus alumnos suelen conseguir en evaluaciones oficiales, mientras que la española fue calificada como muy buena profesora por un docente destacado en su comunidad.

La maestra mexicana imparte clases en el sexto grado de primaria a un grupo integrado por 40 alumnos con edades entre 11 y 12 años; la española da clases en el primero de secundaria a un grupo conformado por 14 alumnos con edades entre 12 y 13 años.

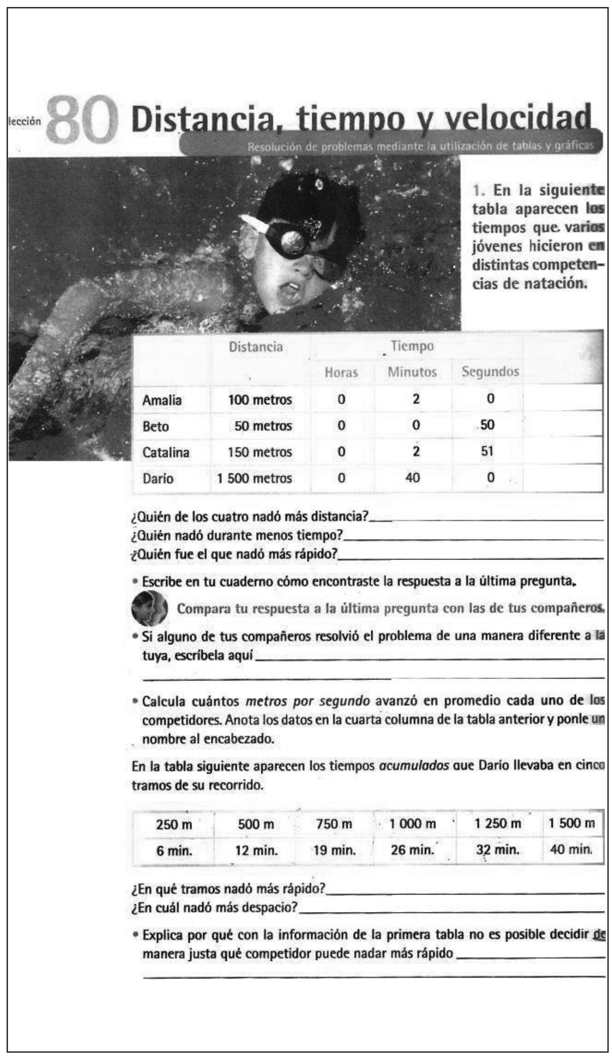
Para efectos de la comparación de las prácticas didácticas de las dos profesoras, por lo menos en lo que toca a los contenidos matemáticos ofrecidos, se le pidió a la profesora española que impartiera tres lecciones del libro de texto oficial para sexto grado de Educación Primaria, editado por la Secretaría de Educación Pública (Balbuena et al., 2001) y en torno al cual la maestra mexicana estructura su clase. La maestra española, como era de esperar, carece de familiaridad con el texto mexicano y desconoce su propuesta didáctica y pedagógica; bajo esta consideración, las lecciones se le proporcionaron con suficiente antelación para que ella las pudiera revisar antes de impartirlas, después de lo cual parece haber considerado que su enseñanza no representaba para ella ninguna dificultad.

En el trabajo, la atención se centró en los contenidos relacionados con el razonamiento proporcional, por ser un núcleo a partir del cual se pueden articular las líneas de enseñanza de la educación básica (Fiol y Fortuny, 1990).

LA INDAGACIÓN EMPÍRICA

La aplicación del marco interpretativo se ilustra en esta parte del escrito con algunos fragmentos de las clases en las que las maestras Eugenia y Hortensia impartieron la lección 80 del libro de texto oficial para sexto grado (Ibid., p. 176) (aunque el apartado sobre la discusión de resultados se basa en el análisis de todas las lecciones observadas). Se eligió esta lección –en la que se estudian aspectos del razonamiento proporcional a través del concepto de rapidez– porque aborda un tema conceptualmente rico y complejo que se presta para los procesos de autorreflexión en el aula. En el caso de la maestra española, se examina la resolución que en su clase se dio al primer ejercicio de la lección (sobre el nadador más rápido) y, en el de la maestra mexicana, se analiza lo propio para el caso del segundo (sobre los tramos en los que Darío nadó más rápido) (véanse los enunciados de los ejercicios en la figura 2). En Rigo, Páez y Gómez (2009) y en Páez, Rigo y Gómez (2008) se analizan otros fragmentos de las clases observadas.

Figura 2
Primera página de la lección 80.



lección 80 Distancia, tiempo y velocidad

Resolución de problemas mediante la utilización de tablas y gráficas

1. En la siguiente tabla aparecen los tiempos que varios jóvenes hicieron en distintas competencias de natación.

	Distancia	Tiempo		
		Horas	Minutos	Segundos
Amalia	100 metros	0	2	0
Beto	50 metros	0	0	50
Catalina	150 metros	0	2	51
Darío	1 500 metros	0	40	0

¿Quién de los cuatro nadó más distancia?____

¿Quién nadó durante menos tiempo?____

¿Quién fue el que nadó más rápido?____

• Escribe en tu cuaderno cómo encontraste la respuesta a la última pregunta.

Compara tu respuesta a la última pregunta con las de tus compañeros.

• Si alguno de tus compañeros resolvió el problema de una manera diferente a la tuya, escríbela aquí____

• Calcula cuántos *metros por segundo* avanzó en promedio cada uno de los competidores. Anota los datos en la cuarta columna de la tabla anterior y ponle un nombre al encabezado.

En la tabla siguiente aparecen los tiempos *acumulados* que Darío llevaba en cinco tramos de su recorrido.

250 m	500 m	750 m	1 000 m	1 250 m	1 500 m
6 min.	12 min.	19 min.	26 min.	32 min.	40 min.

¿En qué tramos nadó más rápido?____

¿En cuál nadó más despacio?____

• Explica por qué con la información de la primera tabla no es posible decidir de manera justa qué competidor puede nadar más rápido____

Un salón de clases en España: el de la maestra Hortensia

Una carrera en el salón de clases (Episodio 1)

La maestra Hortensia inició su clase con una actividad concreta, la de una carrera, que ella a título personal introdujo. En la competencia participaron tres niños a los que les pidió que recorrieran de forma distinta un determinado trayecto: «uno va a ir así con la pata coja, … otro va a ir dando pasos lo más grandes que pueda y el otro va a ir con pasos muy cortos»; al resto de los alumnos los comprometió a cronometrar el tiempo de los distintos recorridos.

Involucró después al grupo en la identificación de las variables implicadas en la actividad (distancias fijas con un tiempo que varía) (2.a.i) y, con el fin de dar un significado a la idea de rapidez (3.a.ii.a), planteó una reflexión metacognitiva acerca de las diferencias en los tiempos cronometrados (en 33[3]), a través de la cual ella dio a entender al grupo que para una distancia constante, la rapidez es una magnitud que depende del tiempo:

33. M[4]: (…) ¿por qué habiendo recorrido exactamente el mismo espacio hay tres tiempos diferentes? 3.a.ii.a[5]
34. A: Porque él iba más rápido
35. M: Por la rapidez ¿No es eso?

¿Quién nadó más rápido? (Episodio 2)

Después de la actividad concreta, Hortensia recurrió al material didáctico que se le proporcionó; retomó de ahí el ejercicio sobre el nadador más rápido (Figura 2).

Involucró primero al grupo en la identificación de los elementos del ejercicio (57-63) (2.b.i) y les brindó espacio de clase para que ellos lo resolvieran de manera individual (2.b.ii); además, con el apoyo que les ofreció (en 79), les dio la oportunidad de que evaluaran su potencial personal para resolver el problema de manera independiente (3.b.i.d):

57. M: (…) A ver, Carolina, la primera persona ¿cómo se llama? 2.b.i
59. M: Amalia. ¿Y cuánto ha nadado?
61. M: 100 metros. ¿En cuánto tiempo ha nadado?
63. M: [Continúa preguntando sobre los otros datos de la tabla]
79. M: Vamos a ver si son capaces de contestar ustedes solos las tres preguntas; si alguno tiene alguna dificultad, levante la mano 2.b.ii 3.b.i.d

Una vez que los alumnos dieron sus respuestas al problema, la maestra les pidió que reflexionaran sobre su resultado (112), promoviendo un proceso metacognitivo de tipo 3.b.ii.f. Frente a una explicación de carácter «absoluto» (cfr. Lamon, 1999) que balbuceó Domingo (113-119), la maestra propuso otra, de tipo «relativo», a través de la cual pretendió inducir al grupo a la comparación de razones, las de las distancias y las de los tiempos; para este propósito, recurrió tácitamente a la definición de rapidez que ella introdujo en el episodio 1 («Habrá tardado igual o …», 120):

112. M: A ver, explícame Domingo por qué crees tú que Beto es el más rápido 3.b.ii.f
113. D: Porque ha hecho sólo 50 segundos
118. M: ¿Y al que ha hecho 150 metros qué le pasa?
119. D: Hizo 2 minutos con 51
120. M: Pero vamos que el que hizo 150 metros, (…) ha hecho 3 veces lo [de] Beto, 3.b.ii.f
si Beto ha nadado estos 50 metros [señala], por ejemplo, Carolina ha nadado 3 veces lo que ha hecho Beto [hace una gráfica en el pizarrón]

¿Habrá tardado igual o (…) más o no? y ¿cuánto ha tardado?

Ante la solicitud de la maestra intervino Carlos, quien ofreció su respuesta y una explicación en la que comparó las razones de los tiempos con las razones de las distancias, prosiguiendo con la estrategia que la maestra había iniciado:

163. C: Yo había pensado que Beto. [Él] había tardado 50 segundos en 50 metros, 3.b.ii.f
Amalia en 100 metros hizo el doble [de Beto] pero ha tardado 2 minutos

Carlos compartió con el grupo sus explicaciones en torno al porqué de su respuesta, con lo cual llevó al cabo procesos metacognitivos de tipo 3.b.ii.f y ayudó a sus compañeros a que ellos también los emprendieran, al darles pauta para que reflexionaran sobre sus propias estrategias y justificaciones.

La escasa convicción que mostraron sus alumnos al exponer sus respuestas (en 245), parece que dejó ver a la Maestra que las explicaciones que ella había ofrecido quizás no habían sido comprendidas por ellos. Con el objeto de que los estudiantes pudieran autorregular sus respuestas (dando lugar a procesos de Cuarto Nivel), cambió de estrategia y recurrió a una de tipo cualitativo a través de la cual pretendió dar cuenta de la noción de rapidez mediante la razón unitaria. Apoyándose en un lenguaje corporal (en 250), introdujo como punto de referencia una velocidad constante, la de un móvil que recorre un metro por cada segundo (1m/s.), que le sirvió como parámetro para comparar otras velocidades menores (las de móviles que se desplazan «menos rápido») (248-259). Con esta resignificación de la noción de rapidez (3.b.ii.a), ella consiguió que sus estudiantes llegaran, en forma razonada, a una respuesta correcta (3.b.ii.f) y dio pie también para que ellos reflexionaran otra vez sobre las estrategias que no son las deseables dentro de un aula de clase de matemáticas (260) (3.b.iii.a):

244. M: Luego, ¿[Darío] ha nadado más rápido o menos que Beto? 3.b.ii.f
245. G: Dan diferentes respuestas
248. M: A ver, ¿cuánto ha nadado Beto? 50 metros. ¿Y cuánto le ha costado?
249. G: 50 segundos
250. M: Es decir, que 1 metro [da un paso con un pie]-1 segundo [da otro paso con el otro pie] (…). 3.b.ii.a

252. M: ¿Cuánto ha nadado Darío [señalando en el pizarrón 1.500 metros]?
253. G: 1.500 metros
254. M: ¿Y cuánto ha tardado?
255. G: 2.400 segundos
256. M: ¿Y ha nadado 1 metro [da un paso con un pie]-1 segundo [da un paso con el otro pie] o le ha costado más?
257. G: Le ha costado más
258. M: Luego, ¿quién es el campeón? Nivel Cuarto
259. G: ¡Beto!
260. M: (…) no lo podíamos hacer así a primera vista como lo han hecho algunos cuando las adivinanzas; el único que estaba sacando conclusiones matemáticamente hablando de cómo nadaban, ¿quién era? 3.b.iii.a
261. G: Carlos

Para finalizar el episodio, la maestra retomó puntualmente la sugerencia pedagógica del libro de texto y solicitó a sus alumnos que escribieran su procedimiento de resolución y lo compararan con el seguido por otros compañeros (promoviendo actividades tipo 3.b.i).

Un salón de clases en México: el caso de la maestra Eugenia

¿En qué tramo Darío nadó más rápido? (Episodio 2)

El segundo episodio de la clase de Eugenia se inició con la lectura grupal a voz alzada del enunciado del problema (Figura 2, ejercicio de los tramos).

Una vez que se identificaron los elementos del problema, la maestra Eugenia comprometió a sus estudiantes para que diseñaran su propia estrategia y lo resolvieran de manera individual. La responsabilidad que ella asumió consistió en encausarlos a estas labores cognitivas y en ofrecerles un espacio de clase para que las llevaran a cabo:

244. M: ¿En qué tramo [nadó más rápido]? ¿Lo están haciendo? 2.b.ii
246. M: [Minutos después] ¿Alguien ya sabe?

Cuando los alumnos encontraron la solución al ejercicio, la maestra les pidió que la explicaran ante el grupo, promoviendo actividades metacognitivas de procedimiento y justificación (3.b.i y 3.b.ii.f). Paty tomó inicialmente la palabra para exponer su idea:

247. P: [La respuesta es] en el de 250 y 500 metros 3.b.i.c
248. M: ¿Por qué? 3.b.ii.f
249. P: Porque en esos fue en donde hizo menos; porque en el de 750 tendrían que ser 18 minutos, en el de 1.000 tendrían que ser 24 minutos, en el 1.250 tendrían que ser 30 minutos y en el de 1.500 tendrían que ser 32 minutos. 3.b.ii.a
250. M: Bien, ¡muy bien!

En su razonamiento, de tipo hipotético-deductivo, la alumna conjeturó que los tramos en los que Darío nadó más rápido son el primero y el segundo (249) y, con base en la aplicación de factores escalares enteros, argumentó que si la proporción que hay entre estos tramos prevaleciera en los subsiguientes, el recorrido tendría que haber durado 18 minutos para los 750 metros, 24 para el tramo de 1.000 y así sucesivamente; como en esos tramos los tiempos reales son mayores, pudo derivar tácitamente que su supuesto es correcto.

A pesar de que la niña expuso su argumento de manera incompleta, dejó ver una reflexión metacognitiva en la que asignó un significado a las nociones de velocidad y rapidez (3.b.ii.a), asociado a una variación proporcional del tiempo en función de la distancia, con base en el cual justificó su resultado (3.b.ii.f). Con énfasis, la maestra expresó su acuerdo con su participación (250) y de paso les ofreció al resto de los niños un referente para que autoevaluaran sus resoluciones (3.b.iii.a y 3.b.iii.c) y eventualmente las corrigieran (Nivel Cuarto).

Marina tomó la palabra y también expuso su argumento. Ella consideró tramos de longitud constante (de 250 metros) y fundamentó su estrategia en una idea tácita de rapidez, que parecía consistir en el tiempo menor que hizo Darío en recorrer una distancia fija (255). De estas consideraciones ella dedujo (vid. 255) que es en los tramos primero, segundo y quinto en los que Darío nadó más rápido («un poco más», según su propia expresión, en 255):

251. Mar: Maestra, pero también en el de 1.250 nadó seis minutos, de 1.000 a 1.250
254. M: 1.250 metros [los] nadó [en] 32 minutos… a ver ¡explícame qué me quieres decir! 3.b.ii.f
255. Mar: De 1.000 metros son 26 minutos, pero en ese tramo nadó un poco más porque nada más duró 6 minutos en llegar a los 1.250 metros 3.b.ii.a
256. M: Ya te entendí, ya te entendí. A ver, nosotros sabemos comparación de fracciones…

A diferencia de Paty, quien comparó razones externas (del tipo distancia/tiempo), bajo el presupuesto que la variación ha de ser uniforme, Marina comparó diferencias entre los tiempos realizados (es decir, comparó magnitudes lineales), bajo la idea de que la distancia es invariante. Ella, al igual que Paty, compartió con sus compañeros sus reflexiones de tercer nivel, a través de las cuales justificó su resultado (3.b.ii.f) e implícitamente expresó una idea de rapidez (3.b.ii.a). Sin embargo, en este caso la maestra no sólo dejó sin aval la intervención de la niña; dejó ver también que no parece haberle comprendido, en contra de lo que ella verbaliza en 256.

Después de las intervenciones de las niñas, la profesora Eugenia introdujo su propia estrategia:

257. M: … lo podemos hacer como nos decía Diego [dividir la distancia entre el tiempo] ... Por ejemplo, en la primera, de 250 metros, en un minuto ¿cuántos metros nadó Darío ahí? 3.b.i.c
258. Al: 41,66 2.b.iii
261. M: ¿Qué? metros, ¿verdad?
262. M: Bien. En el de 500, 12 minutos, ¿cuánto nadó Darío?
265. Mar: Nadó lo mismo

266. M: ¿Por qué? 3.b.ii.a
268. Mar: En 250 metros hace 6 minutos y luego proporcionalmente…
271. A: 500 [metros en] 12 minutos
286. M: En 1.000 metros, ¿cuántos metros nadó por minuto? 2.b.iii
287. A: Salió 3,99
307. M: Hay por ahí un error ¡fíjense cuál es! 3.b.iii.b
311. M: 3 metros, o sea, ¿nadando 1.000 metros en 26 minutos, nadó 3 metros por minuto? [sugerente y con énfasis] Nivel Cuarto
319. M: ¡Claro! 38,4, ¡ése es el resultado! 3.b.iii.c

La Maestra no pierde la ocasión de introducir en su clase estrategias de resolución de ejercicios basadas en la aplicación de fórmulas generales. En el caso del fragmento, ella retomó la fórmula para calcular la velocidad (d/t) que el grupo había trabajado ya en el primer ejercicio; con esto permitió que se reflexionara sobre lo hecho (3.b.i.c) y sobre las similitudes estructurales que eventualmente presentan los ejercicios 1 y 2 (3.b.i.d).

En el fragmento de clase, las actividades cognitivas derivadas de la aplicación del cociente d/t, realizadas bajo la orientación de la maestra, se acompañaron de algunas intervenciones metacognitivas:

Un ejemplo lo constituye la participación de Marina (265), cuando con su maestra reinterpretó los resultados del cociente formulados en un registro físico-algebraico, en términos del registro de una tabla de variación proporcional. Esta *conversión* de registros (del algebraico al tabular) que propició la maestra Eugenia, al introducir el cociente después de las resoluciones propuestas por sus alumnas, favoreció procesos metacognitivos (de tipo 3.b.ii.a) porque permitió comparar los significados de las ideas de velocidad y rapidez que se desprenden «naturalmente» de cada registro (cfr. Duval, 1999).

Otro ejemplo de intervención metacognitiva, ésta de tipo axiológico (3.b.iii), se dio cuando la maestra, en su intento porque sus estudiantes repararan en sus respuestas erróneas y las corrigieran (induciendo procesos autorregulatorios de Cuarto Nivel), hizo resaltar el absurdo en 311, tratando de que ellos derivaran una contradicción del cuestionamiento hecho por ella.

El episodio concluyó cuando la maestra Eugenia consideró que el grupo había llegado a un resultado correcto y una justificación razonable; esto se dio con la participación de Diego, un alumno que retomó y expuso de manera más completa el argumento que ya Marina había presentado (en 251-257), dando la oportunidad al grupo de reflexionar metacognitivamente sobre una estrategia ya aplicada (3.b.i.c).

DISCUSIÓN DE RESULTADOS

La aplicación del marco interpretativo en el análisis de dos clases, enmarcadas en dos culturas escolares distintas (México y España), deja ver algunas características del instrumento, como su flexibilidad, pertinencia y alcance, así como su posible consistencia.

Dicha aplicación también pone al descubierto dos proyectos de enseñanza distintos –mientras la enseñanza de la maestra Eugenia parece tender hacia los procesos sintácticos, la de la maestra Hortensia parece focalizarse en los procesos semánticos– de los cuales se desprenden dos estilos de promoción de prácticas metacognitivas en el aula:

La práctica didáctica de Hortensia se suele apoyar (conforme a lo que se constató en todas las clases observadas) en actividades concretas, en las que además de involucrar activamente a sus estudiantes –cumpliendo quizás con alguna divisa constructivista– le sirven de referente para otorgar significado a las nociones matemáticas a tratar. Las actividades metacognitivas más frecuentes en su clase están asociadas, por tanto, con la construcción de significados atados a referentes concretos (se trata de actividades del tipo 3.b.ii.a), en las que además ella suele jugar un rol protagónico. Las actividades cognitivas en su clase parecen entonces tender hacia el establecimiento de significados de los conceptos matemáticos involucrados, a partir del fomento de las actividades concretas, y las actividades metacognitivas son de tipo específico o genérico, dirigidas a la explicación y justificación estructural.

La práctica de Eugenia es distinta (de acuerdo con lo que se verificó en todas las clases observadas), así como el reparto de responsabilidades en su clase. Centrada en las actividades de resolución de problemas, en las que implica directamente a sus estudiantes, ella parece plantear la reflexión en las nociones matemáticas sólo en el marco de la aplicación de reglas generales para resolver dichos problemas y en la justificación de los resultados. Así, las actividades metacognitivas en su clase tienden hacia las de tipo procedimental (3.b.i) y las de justificación (3.b.ii.c, d, e y f), que suelen recaer con frecuencia en los niños, así como hacia las de tipo evaluativo (3.b.iii), en las que ella casi siempre tiene la última palabra. De modo que las actividades cognitivas en su clase consisten esencialmente en la aplicación reiterada de algoritmos y reglas y las actividades metacognitivas son de tipo específico o genérico, pero concentradas en aspectos procedimientales del qué y el cómo se resolvió el problema.

Del análisis precedente se desprenden algunas consideraciones didácticamente interesantes:

Deja ver que no siempre los profesores son conscientes del valor de las aportaciones de sus estudiantes y que no siempre las aprovechan suficientemente para los fines de sus aprendizajes. Por ejemplo, el papel protagónico que asume Hortensia durante toda la clase impidió que sus alumnos obtuvieran un mayor beneficio de las actividades metacognitivas sugeridas; este mismo efecto se da cuando Eugenia desatiende a las resoluciones propuestas por sus estudiantes.

Muestra también que las actividades metacognitivas que pueden realizar los alumnos en clase dependen en buena medida de las actividades cognitivas que, impulsadas por el profesor, ellos mismos llevaron a cabo. Por ejemplo, los estudiantes de Eugenia mostraron una participación más decidida en la resolución de los ejercicios (quizás por el mayor conocimiento que tenían sobre el tema) que los de Hortensia, lo cual les abrió las oportunidades para llevar a cabo, sobre las actividades cognitivas realizadas, reflexiones meta de un nivel superior.

CONSIDERACIONES FINALES

A semejanza del objetivo que Hersant y Perrin-Glorian (2005) plantean en su trabajo, el propósito del estudio cuyos resultados parciales aquí se reportan consiste en ganar claridad y comprensión de las prácticas [metacognitivas] ordinarias del maestro, ya que parece haber un desfase entre la investigación en el diseño de propuestas para mejorar la enseñanza y las prácticas ordinarias de clase «… cuya evolución parece lenta y su efectividad no parece estar creciendo» (Ibíd., p. 115). El objetivo del trabajo consiste en desentrañar –con la ayuda de un instrumento teórico de interpretación– lo que sucede en un aula ordinaria, porque consideramos que este conocimiento es un antecedente imprescindible para el diseño de prescripciones didácticas y para la investigación asociada a la formación de profesores.

El marco interpretativo que aquí se propone ha dado la posibilidad de distinguir las actividades concretas, las cognitivas y las metacognitivas que surgen en una clase de matemáticas, en condiciones naturales. En el futuro se tiene planeado realizar una investigación empírica en la que se aplique inicialmente el marco aquí formulado, para después emplear el modelo de competencias introducido por Puig (cuidando de no incurrir en inconsistencias), que permita distinguir en las actividades cognitivas y metacognitivas aquellas que son sugerencias heurísticas, las que son herramientas heurísticas, las destrezas heurísticas y los métodos de resolución (Puig, 1996, p. 48), con la intención de caracterizar y dar mejor cuenta de las prácticas metacognitivas que el docente fomenta (o inhibe) en sus clases de matemáticas.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen los comentarios que Dora Santos, M.ª Teresa Rojano y Luis Puig hicieron a este escrito.

NOTAS

1. Los procesos a los que se hace referencia en el inciso *3.a* se desdoblan también en los que se describen en *3.b (3.b.i, 3.b.i*.a, etc), sólo que se omiten por falta de espacio.
2. Se incluyen las justificaciones como actividades metacognitivas, ya que generalmente se hacen a través de procesos de abstracción reflexiva (en el sentido de Piaget), mediante los cuales se suelen establecer relaciones sobre relaciones u operaciones sobre operaciones.
3. Los numerales que aparecen entre paréntesis hacen referencia a las líneas del registro escrito de la clase observada.
4. M: maestra; A: alumnos; G: grupo.
5. Se hace referencia en esta columna al proceso descrito en alguno de los incisos del marco interpretativo.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BALBUENA, H., BLOCK, D., FUENLABRADA, I. y WALDEGG, G. (2001). *Matemáticas. Sexto grado*. México: Comisión Nacional de los Libros de Texto Gratuitos.

BROWN, A. (1987). Metacognition, Executive Control, Self-Regulation, and Other More Mysterious Mechanisms, en Reiner, F. y Kluwe, R. (eds.). *Metacognition, Motivation, and Understanding*, pp. 65-116. Hillsdale, N. J.: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.

DESOETE, A. (2007). Evaluating and improving the mathematics teaching-learning process through metacognition. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*. No. 13, 5(3), pp. 705-730. Recuperado de <http://www.investigacion-psicopedagogica.org/revista/articulos/13/english/Art_13_186.pdf>.

DUVAL, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. Colombia: Universidad del Valle.

FIOL, M. y FORTUNY, J. (1990). Proporcionalidad directa, la forma y el número. *Colección Matemáticas: cultura y aprendizaje*. Madrid: Editorial Síntesis.

FLAVELL, J.H. (1976). Metacognitive Aspects of Problem Solving, en Resnick, L.B. (ed.). *The nature of intelligence*. Hillsdale, N. J.: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.

FLAVELL, J.H. (1999). Cognitive Development: Children's Knowledge About the Mind. *Annual Reviews Psychology*, 50, pp. 21-45.

GAROFALO, J. y LESTER, F.K. (1985). Metacognition, Cognitive Monitoring, and Mathematical Performance. *Journal for Research in Mathematics Education*, 3, pp. 163-176.

HERSANT, M. y PERRIN-GLORIAN M. (2005). Characterization of an Ordinary Teaching Practice with the Help of the Theory of Didactic Situations. *Educational Studies in Mathematics*, 59, pp. 113-151.

KRAMARSKI, B., MEVARECH, Z.R. y ARAMI, M. (2002). The Effects of Metacognitive Instruction on Solving Mathematical Authentic Tasks. *Educational Studies in Mathematics*, 49, pp. 225-250.

LAMON, S. (1999). *Teaching Fractions and Ratios for Understanding. Essential Content Knowledge and Instructional Strategies for Teachers*. Hillsdale, N. J.: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.

LAMPERT, M. (1990). When the Problem Is Not the Question and the Solution Is Not the Answer: Mathematical Knowing and Teaching. *American Educational Research Journal*, *27*(1), pp. 29-63.

LESTER, F.K. (1985). Methodological Considerations in Research on Mathematical Problem-Solving Instruction, en Silver, E.A. (ed.). *Teaching and Learning Mathematical Problem Solving: Multiple Research Perspectives*. Hillsdale, N. J.: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.

MEVARECH, Z. y FRIDKIN, S. (2006). The effects of IMPROVE on mathematical knowledge, mathematical reasoning and metacognition. *Metacognition Learning*, *1*, 85-97. Recuperado de <http://www.springerlink.com/content/f640r31q04w7q428/>.

[Artículo recibido en diciembre de 2009 y aceptado en mayo de 2010]

PÁEZ, D., RIGO, M. y GÓMEZ, B. (2008). El papel del profesor en los procesos de auto-regulación del aprendizaje de las matemáticas en el salón de clases de la escuela elemental, en Luengo, R., Gómez, B., Camacho, M. y Blanco, L.J. *Investigación en educación Matemática XII*. Badajoz, España. pp. 415-423.

PANAOURA, A. y PANAOURA, G. (2006). Cognitive and Metacognitive Performance on Mathematics, en Novotná, J., Moraová, H., Krátká, M. y Stehlíková, N. (eds.). *Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 4, pp. 313-320. Prague: PME.

PUIG, L. (1996). *Elementos de resolución de problemas*. Granada: Comares, col. Mathema.

PUIG, L. (2002). Réplica a «'Elementos de resolución de problemas', cinco años después» de M.ª Luz Callejo y José Carrillo, en Pascual, J.R. (coord). *Segundo Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* (SEIEM). Pamplona: Universidad Pública de Navarra.

REAL DECRETO, 1631/2007, del 29 de diciembre (BOE del 5 de Enero), por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Obligatoria. España.

RIGO, M., PÁEZ, D. y GÓMEZ, B. (2009). Procesos meta-cognitivos en las clases de matemáticas de la escuela elemental. Propuesta de un Marco Interpretativo, en González, M.J., González, M.T. y Murillo, J. (eds.). *Investigación en Educación Matemática XIII*. pp. 435-444. Santander, España: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM). ISBN: 978-84-8102-548-4. ISSN: 1880-762.

SCHOENFELD, A. (1985). Metacognitive and Epistemological Issues in Mathematical Understanding, en Silver, E.A. (ed.). *Teaching and Learning Mathematical Problem Solving: Multiple Research Perspectives*. Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.

SCHOENFELD, A. (1987). What's All the Fuss About Metacognition, en Schoenfeld, A. (ed.). *Cognitive Science and Mathematics Education*. Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.

SCHOENFELD, A. (1992). Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition, and Sense Making in Mathematics, en Grouws, D.A. (ed.). *Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning*, pp. 334-370. Nueva York: MacMillan.

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA (1993). *Plan y Programas de Estudio 1993. Educación Básica Primaria*. México: autor.

SRIRAMAN, B. y ENGLISH, L. (2010). Surveying Theories and Philosophies of Mathematics Education, en Sriraman, B. y English, L. (ed.). *Theories of Mathematics Education*. Berlin: Springer-Verlag.

STAKE, R.E. (1999). *Investigación con estudio de casos*. Madrid: Ediciones Morata, S. L.

WOODS, P. (1989). *Inside schools: Ethnography in educational research*. Nueva York, USA: Routledge y Kagan Paul.

Exploratory study on the metacognitive practices that elementary school teachers promote in their ordinary Mathemtics classes. An interpretative frame

Rigo Lemini, Mirela[1], Páez, David Alfonso[1] y Gómez, Bernardo[2]
[1] Departamento de Matemática Educativa, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del I. P. N., México
[2] Departament de Didàctica de la Matemàtica, Universitat de València, España
mrigo@cinvestav.mx
pada_72@hotmail.com
bernardo.gomez@uv.es

Summary

The Objective of the paper is to explore the metacognitive practices that elementary school teachers foster in their Mathematics classes under conditions of non interference. In order to accomplish this, the paper defines an Interpretative Frame that serves as the basis for examining the cognitive and metacognitive processes that arise in the Mathematics classroom. Construction of the Interpretative Frame and its use in the task of analyzing the practice of two teachers responds to the prevailing need in the field of Mathematics teaching to formulate theoretical *constructs* that are tied to empirical studies and that enable one to describe, systematize or even explain the objects of the study. This theoretic-empirical formulation can be a useful tool for research dealing with teacher training or professionalization processes and in the end make it possible to suggest manners of improving upon the teaching of mathematical contents, based on promotion of and effective usage of the metacognitive processes during the learning process.

The Interpretative Frame is made up of definitions concerning the object of study and an Interpretative Model (partially based on that proposed by Lester (1985), Brown (1987), Desoete, (2007), Garofalo & Lester (1985), Maverech & Fridkin (2006) and Schoenfeld (1992)). It makes it possible to identify the cognitive and metacognitive processes that arise in the classroom as well as the actors that promote and take part in them, in specific terms those promoted by the teacher.

Model for Analysis of Cognitive and Metacognitive processes of Mathematics Content

First Level: Concrete Activities (undertaken in the classroom with Mathematics content).

Second Level: Cognitive Processes. In mathematics classes the following cognitive processes stand out:

2.a. Those that are carried out during the concrete activities undertaken in the First Level: 2.a.i) Orient; 2.a.ii) Organize; 2.a.iii) Execute (cfrr. the Lester Model);

2.b. Those that are carried out during the problem solving process: 2.b.i) Orient; 2.b.ii) Organize; 2.b.iii) Execute.

Third Level: Specific Metacognitive Processes

3.a. Reflection upon and description of the cognitive processes carried out during the execution of concrete activities (described in 2.a);

3.b. Reflection upon and description of the cognitive processes that are developed during the problem solving process (described in *2.b*):

- 3.b.i. Responding to procedural questions, that is to say, to the what and how the problem was solved. What is done in the stages below is valued and reflected upon: a) Orientation; b) Organization/Planning; c) Execution; d) Solution in general.
- 3.b.ii. Responding to the why via explanations or justifications that deal with the: a) Meanings of notions and concepts; b) Elements identified in the problem; c) Choice of strategy; d) oberations executed; e) Procedure undertaken; f) Results obtained.
- 3.b.iii. An epistemic value judgment is made (true, false, correct, invalid) concerning: a) Application of the strategy; b) Execution of the operations; c) The result.

Fourth Level: Self-Regulation Processes

Fifth Level: Generic Metacognitive Processes

Methodology. The Frame was applied to the study of two cases. The agents are two teachers who teach Mathematics class in public basic education schools, one of which is in Spain and the other in Mexico. Non-participatory observation was chosen. The classes were video-taped, and then transcribed. Focus was centered on the contents related to proportional reasoning

Discussion of Findings. Application of the Interpretative Frame to analyze two classes, within the context of two different school cultures (Mexico and Spain), reveals several of the instrument's traits, such as its flexibility, pertinence and scope, as well as its possible consistency. Moreover this said application this uncovers two different teaching projects, namely: whereas the teaching of the Mexican teacher appears to lean toward syntactic processes, the Spanish teacher's teaching seems to focus on the semantic processes, from which two styles of promoting metacognitive practices in the classroom stem.